

Les plans d'expériences 5

Étude des limites et des pièges

Compléter ce texte pour bien conclure l'outil "Taguchi" :

Face à la _____ croissante des produits et des procédés de fabrication, la méthode des plans d'expériences est un _____ incontournable pour accroître la _____ des cycles de développement.

L'approche _____ développée valorise le travail de groupe et s'articule autour de la notion fondamentale et novatrice de stratégies _____.

Toutefois, la méthode est elle-même très _____ et demande beaucoup pour être bien appliquée.

Si des experts comme M. _____ ont réussi à mettre au point des méthodologies très applicables par des non-experts, il reste toutefois à bien vérifier à chaque fois le domaine d'emploi de la méthode, le domaine de _____, la zone de _____.

A- Modèle affine donc linéaire ...

Donner l'équation mathématique d'une droite affine :

Combien faut-il de points pour définir une droite ? _____

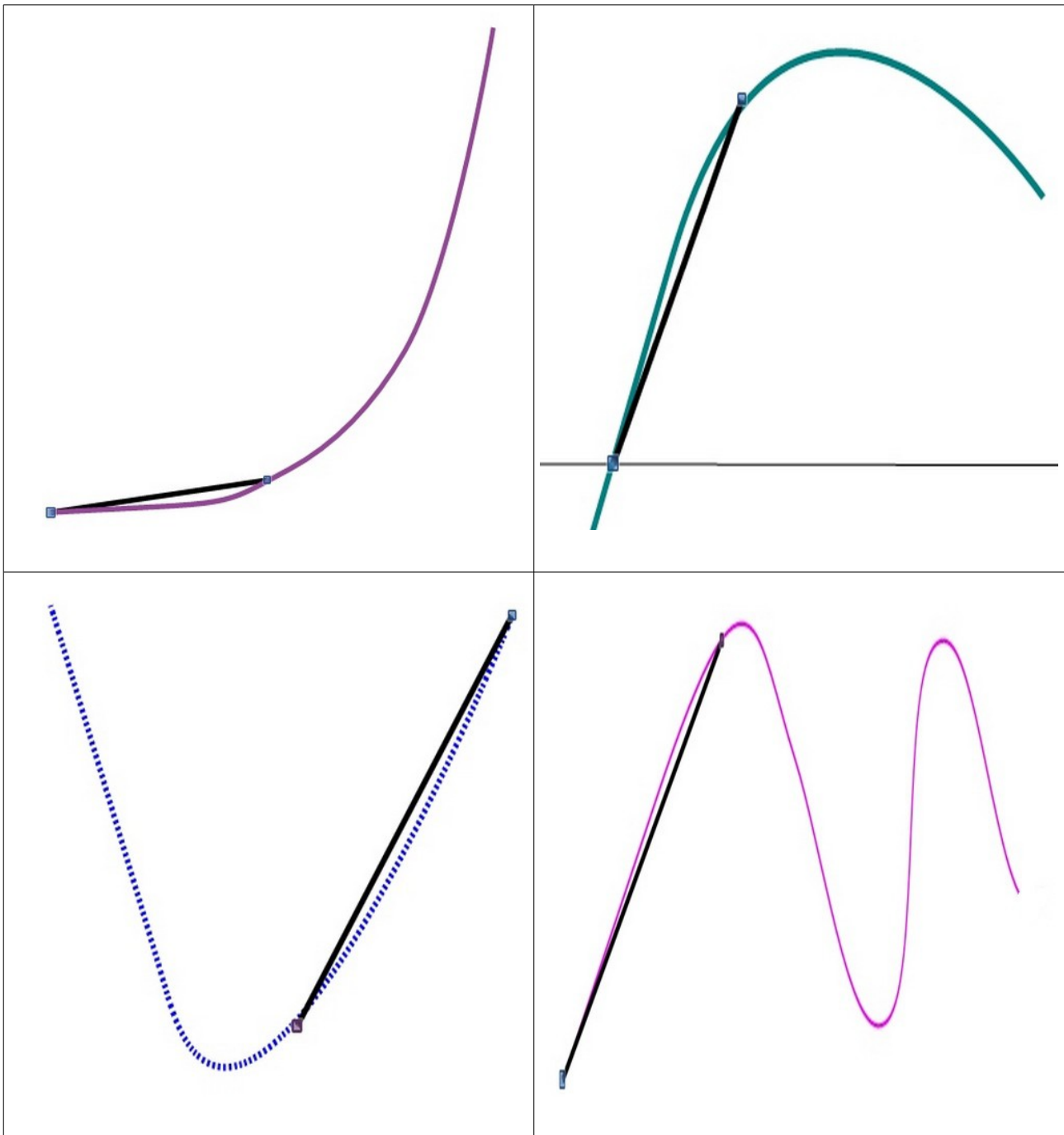
Par définition, une droite est-elle infinie ou limitée ? _____

Dans le modèle affine à 2 niveaux, on présuppose que l'expression de la réponse par rapport au facteur est une fonction : constante, linéaire, quadratique, exponentielle, logarithmique, sinusoïdale, asymptotique ou hyperbolique ? _____

Quand la valeur est discrète et non continue comme oui/non ou avec/sans ou avance/recule que dire de cette linéarisation ?

Le fait que le modèle linéaire général soit très développé et très pratique incite à considérer tout phénomène comme linéaire. Cette approximation peut être un très bon choix comme un très mauvais.

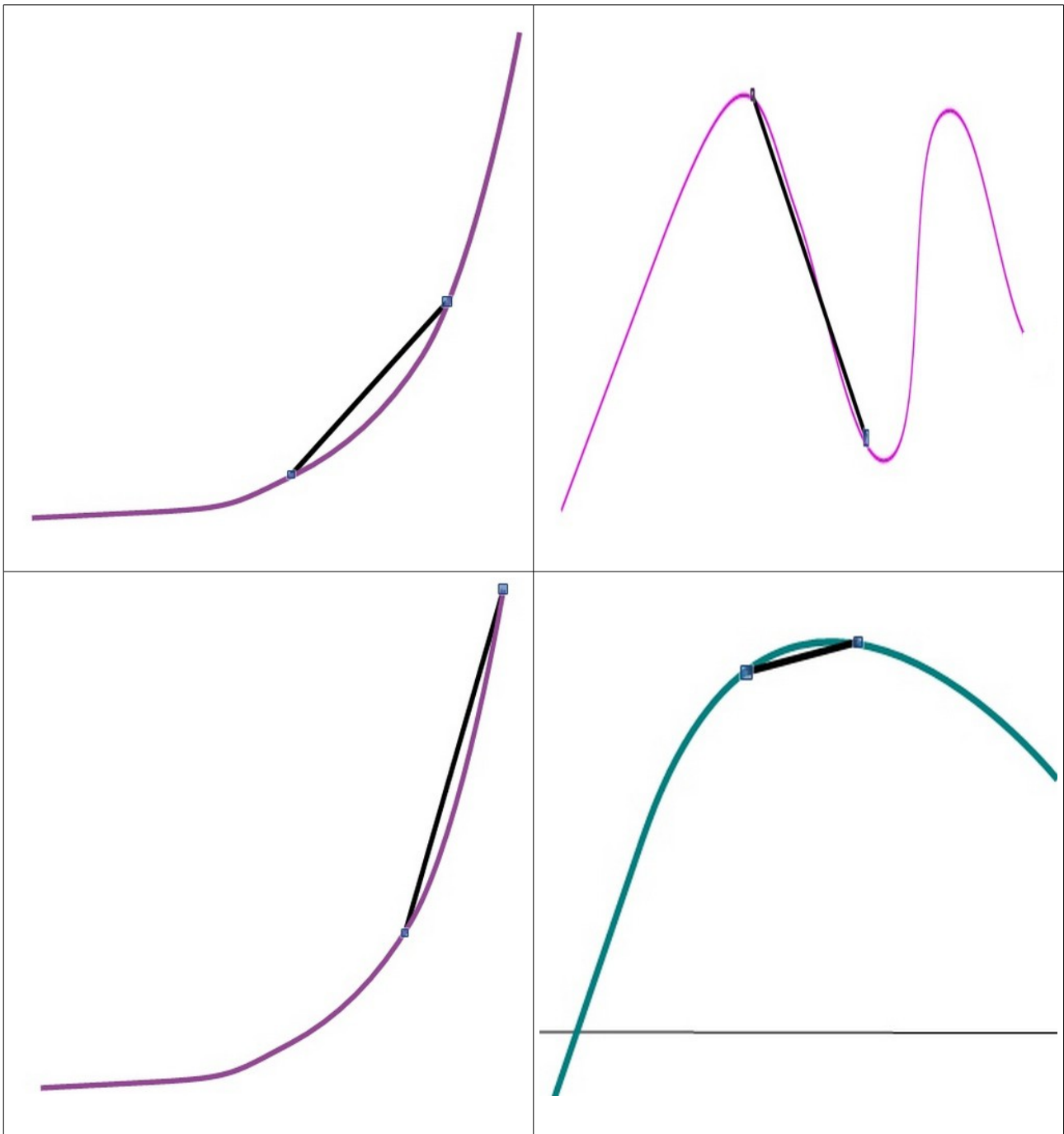
Sur les différents graphes ci-dessous, rayer, ou barrer en rouge les zones où l'approximation est fautive (zone de non validité du modèle linéaire) et entraînera des conclusions erronées.



Certaines approches notent les niveaux -1 et +1 au lieu de 1 et 2 dans le cas d'un plan à 2 niveaux. Dans l'approche Taguchi, avec 3 niveaux, on prendra naturellement : 1, 2 et 3. À votre avis que prendra-t-on avec l'autre approche (celle du -1 +1) ?

Les 4 niveaux seront notés 1, 2, 3 et 4 en "Taguchi". Que propose à votre avis ceux qui utilisent le -1 +1 dans le cas de plan à 2 niveaux ?

À nouveau, sur les différents graphes ci-dessous, rayer, hachurer ou barrer en rouge les zones où l'approximation est trop fautive pour ne pas entraîner des conclusions erronées :



Pour les niveaux discrets (variables non continues) on trouve Oui=1 et Non=2, mais aussi Non=1 et Oui=2 !? Est-ce important ? Est-ce compatible ? Y-a-t-il un piège ?

Si Non=1 et Oui=2, 1,5 veut-il dire incertain ?

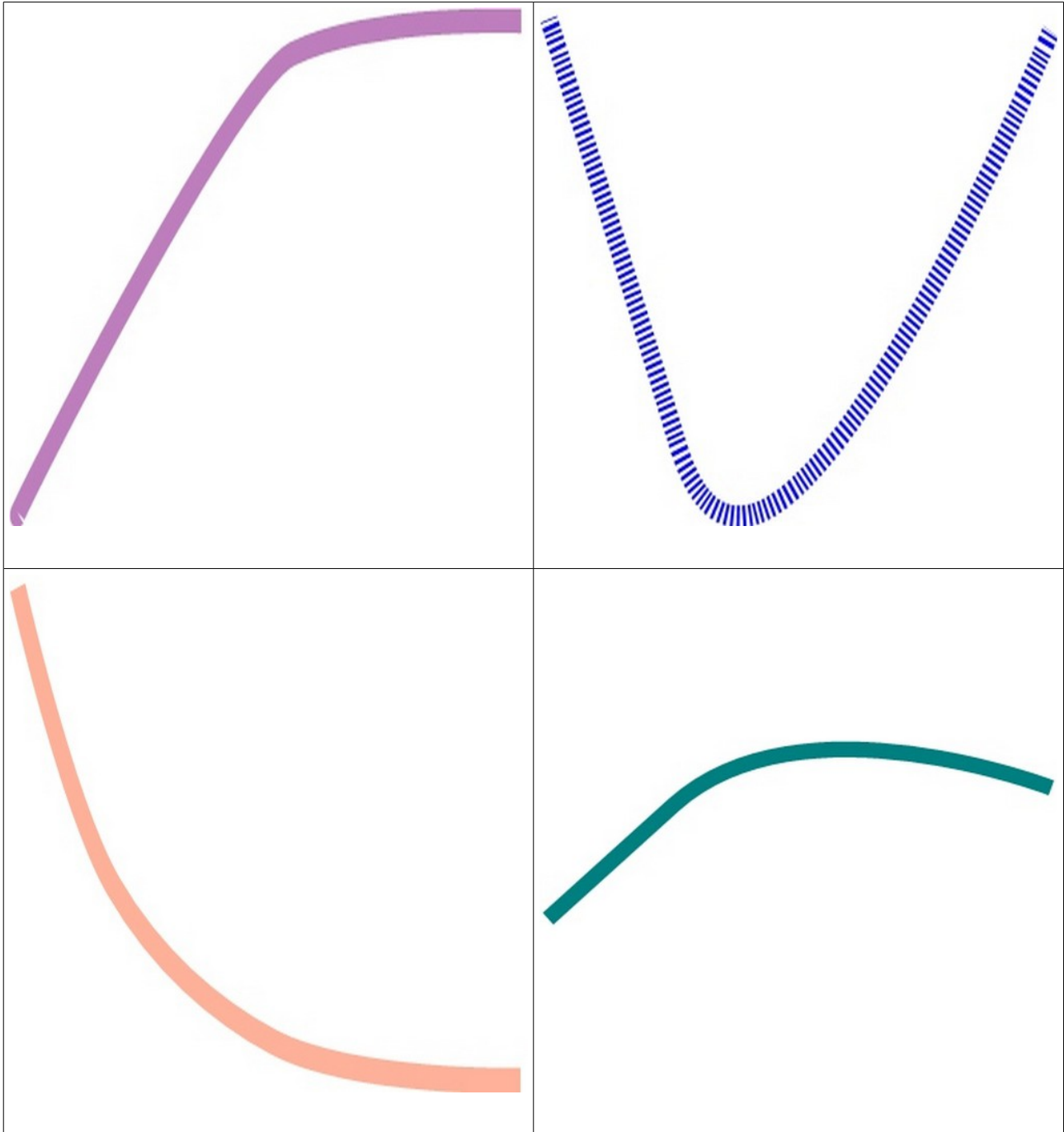
B- Modélisation linéaire par parties & nb de niveaux

Si la fonction n'est pas strictement linéaire, on peut toutefois la linéariser sur une zone, sur un domaine d'étude. Toutefois, les courbes complexes comme les exponentiels, les paraboles, les fonctions trigonométriques ne peuvent pas être linéarisées si facilement.

On utilise alors la technique de la linéarisation par parties, c'est-à-dire que l'on fait passer une ligne brisée au mieux par la figure.

Avec une seule brisure, ce qui fait 2 lignes, il faut 3 points donc 3 niveaux.

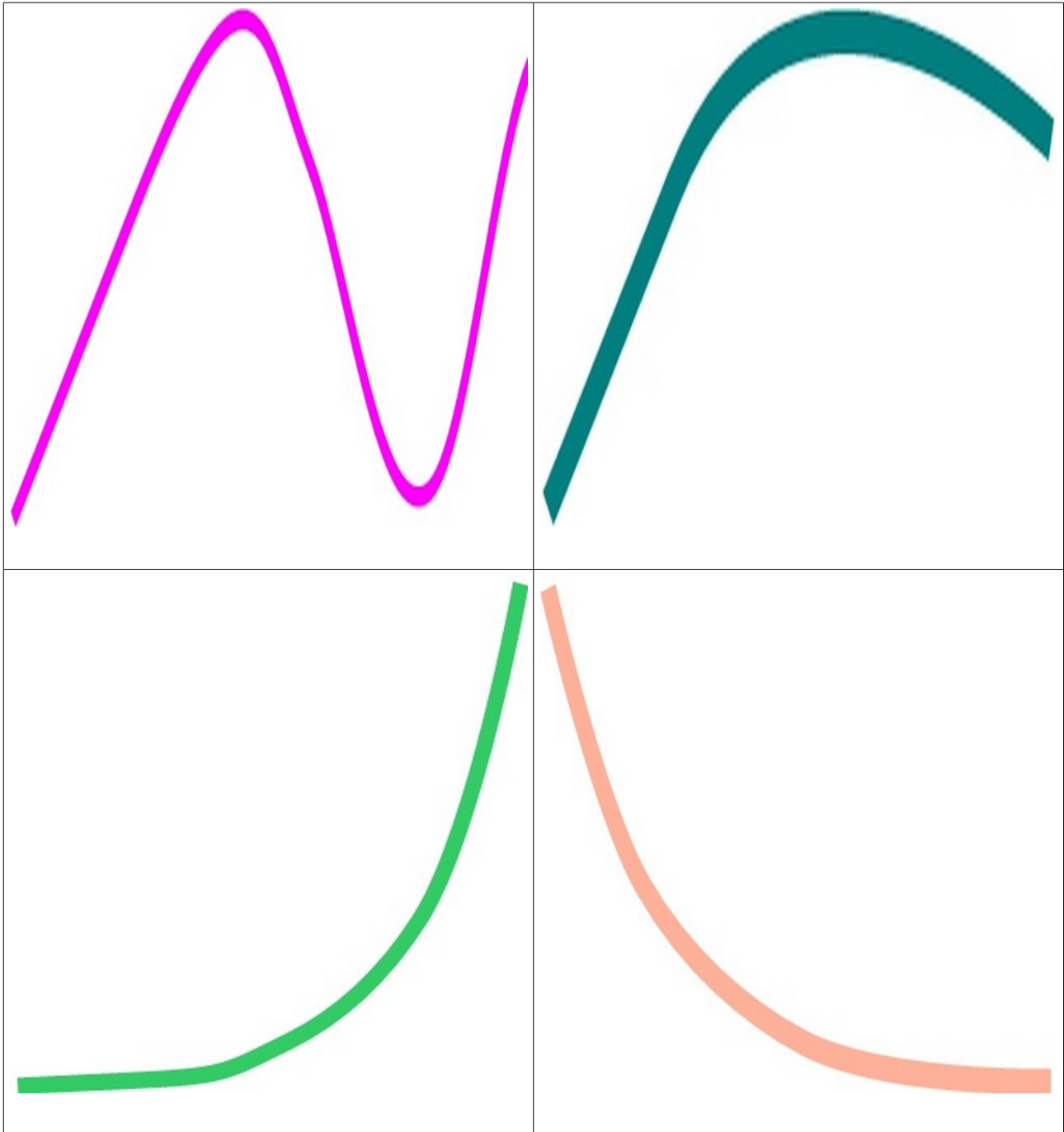
Sur les graphes ci-dessus, linéariser au mieux les courbes avec seulement 3 niveaux (une ligne brisée une seule fois) :



Dessiner le plus nettement possible vos 2 segments de droite jointifs.

Si la courbe est plus complexe, ou si l'on veut plus de précision, on va passer à 4 niveaux, c'est-à-dire une ligne brisée en 3 parties.

Sur les graphes ci-dessous, proposer une linéarisation par partie la plus pertinente possible :



Au-delà de 4 niveaux, Taguchi et la plupart des statisticiens proposent de changer de modèle et de passer à un modèle dit quadratique ou du second degré ou de surface de réponse.

À votre avis ce type de modèle est-il accessible au non-mathématicien ou au non-expert ?

Vous-même saviez-vous que si un modèle linéaire donne une droite, un modèle quadratique donne une surface ? _____

C- Non-indépendance et interdépendance des facteurs

Afin de bien mettre en évidence l'importance de ne pas négliger une interaction, nous allons utiliser un logiciel DOE ou un tableur afin de simuler les erreurs provoquées par ce type d'oublis.

Que veut dire DOE ?

Nous prendrons une L8 avec 3 facteurs à 2 niveaux. Les 3 facteurs seront notés X, Y, Z et les niveaux seront 1 ou 2 tout simplement pour les 3 facteurs.

Afin de savoir ce que l'on doit obtenir, la réponse étudiée (R) sera une équation mathématique simple qui combine les 3 paramètres.

Voici les 3 équations que nous allons tester :

- $R = X+Y+Z$
- $R = X*Y + Z$
- $R = X*Y*Z$

En utilisant le tableur ou le logiciel, vous allez tout simplement suivre les indications et retranscrire ici les résultats obtenus.

Somme $R = X+Y+Z$

Sans interaction

Saisir le problème comme suit : X, Y et Z avec comme niveau 1 et 2 et **aucune interaction**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
10										
11		Données								
12		Colonne n°	1	2	3	4	5	6	7	
13		Facteur	X	Y	Z					
14		Unités								
15		Niveau 1	1	1	1	1	1	1	1	1
16		Niveau 2	2	2	2	2	2	2	2	2
17	1	X	1							
18	2	Y		1						
19	3	Z			1					
20	4					1				
21	5						1			
22	6							1		
23	7								1	
24										
25		Table des essais à effectuer								
26			1	2	3	4	5	6	7	REPONSE
27		Facteur :	X	Y	Z					SOMME
28		Essai n°								
29		1	1	1	1	1	1	1	1	=C29+D29+F29
30		2	1	1	1	2	2	2	2	
31		3	1	2	2	1	1	2	2	
32		4	1	2	2	2	2	1	1	
33		5	2	1	2	1	2	1	2	
34		6	2	1	2	2	1	2	1	
35		7	2	2	1	1	2	2	1	
36		8	2	2	1	2	1	1	2	
37			X	Y	Z					4,500
38										Moyenne = 4,5

Pour la réponse $X+Y+Z$ vous pouvez soit la calculer vous même (simple somme) soit saisir la formule dans la première cellule et la dupliquer. Ainsi pour l'essai 1, $R=1+1+1=3$.

Pour vous vérifier, la moyenne doit être de 4,5, les 3 graphes X Y Z doivent être identiques, celui de la colonne 7 à l'horizontale et **bien sûr les graphes d'interactions seront vides** si vous avez supprimé les petits "o" aux intersections (voir tuto n°3)

Allez ensuite vers la zone de calcul prévisionnel, et saisir 2, 2 et 2 comme valeurs, la réponse doit être 6, bien évidemment (2+2+2=6) :

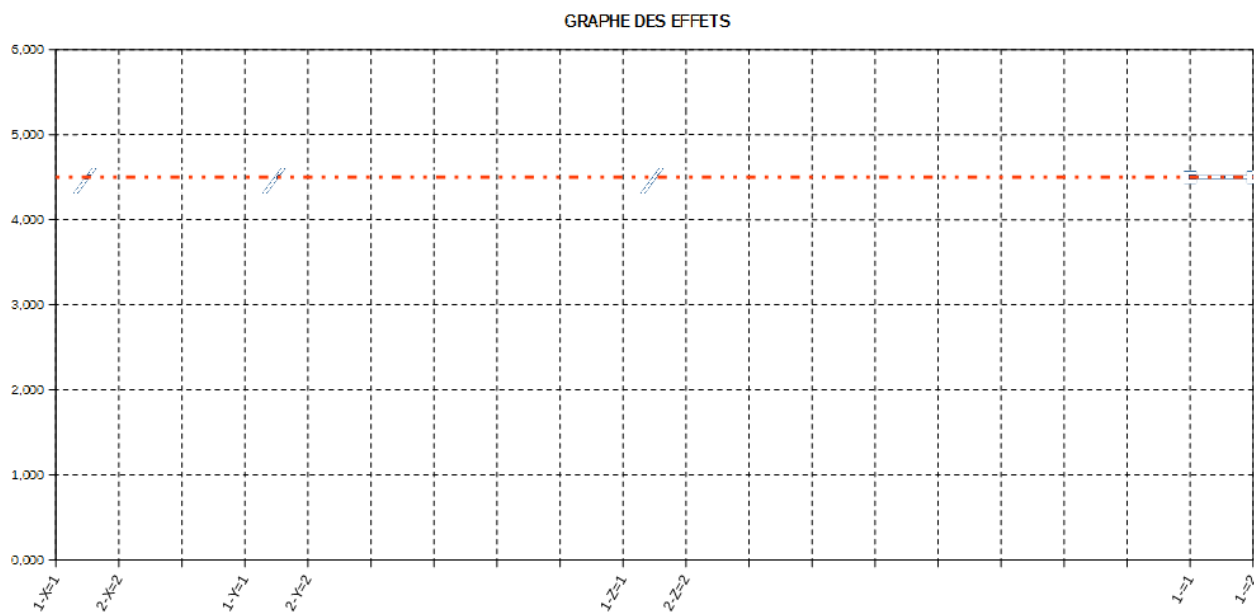
Prévision de réponse pour un set de facteurs donné							
Colonne	1	2	3	4	5	6	7
Facteur	X	Y		Z			
Rappels	Analogique	Analogique	Analogique	Analogique	Analogique	Analogique	Analogique
Rappel niv. 1	1	1	1	1	1	1	1
Rappel niv. 2	2	2	2	2	2	2	2
IMPORTANCE	33%	33%		33%			0%
Valeur niveau 1	1	1	1	1	1	1	1
Valeur niveau 2	2	2	2	2	2	2	2
Valeur facteur	2	2		2			
Transformée	1,000	1,000		1,000			
Interactions							
Effets	0,500	0,500		0,500			
REPONSE : RUGOSITE			6,000	kg			

Avec interactions

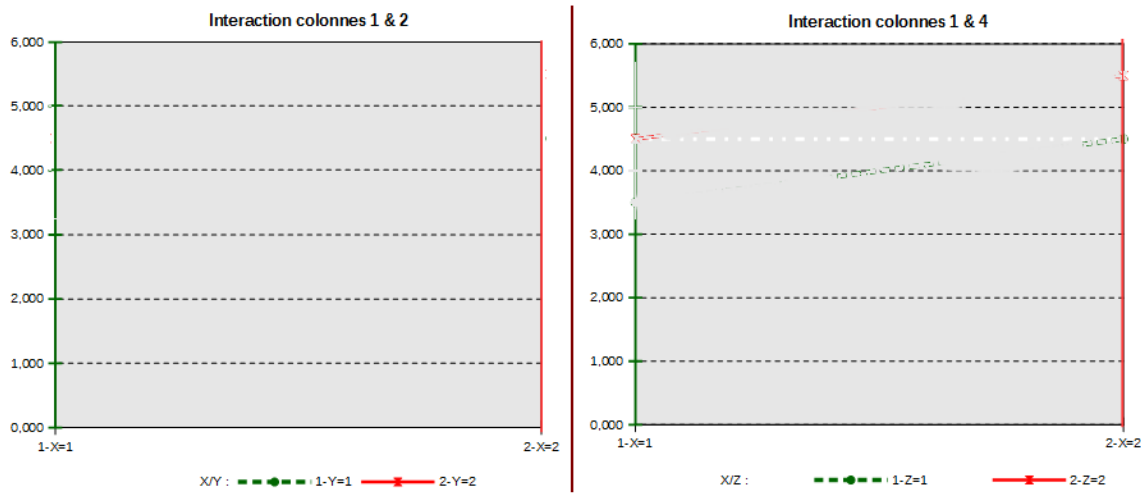
Aller ensuite déclarer les 3 interactions X_Y, X_Z et Y_Z (grâce au petit "o") :

Données							
Colonne n°	1	2	3	4	5	6	7
Facteur	X	Y		Z			
Unités							
Niveau 1	1	1	1	1	1	1	1
Niveau 2	2	2	2	2	2	2	2
1 X		o		o			
2 Y						o	
3							
4 Z							
5							
6							
7							
Table des essais à effectuer							

et reporter au mieux les graphes obtenus :



de même pour les interactions 1-2 et 1-4 :



Que nous apprend le graphe d'interaction ?

Produit et somme $R = X*Y+Z$

Sans interaction

Tout d'abord, supprimer les interactions (SUPPRIMER les "o" aux intersections des colonnes)

Ensuite, changer la formule de calcul de la réponse et mettre $=X*Y + Z$

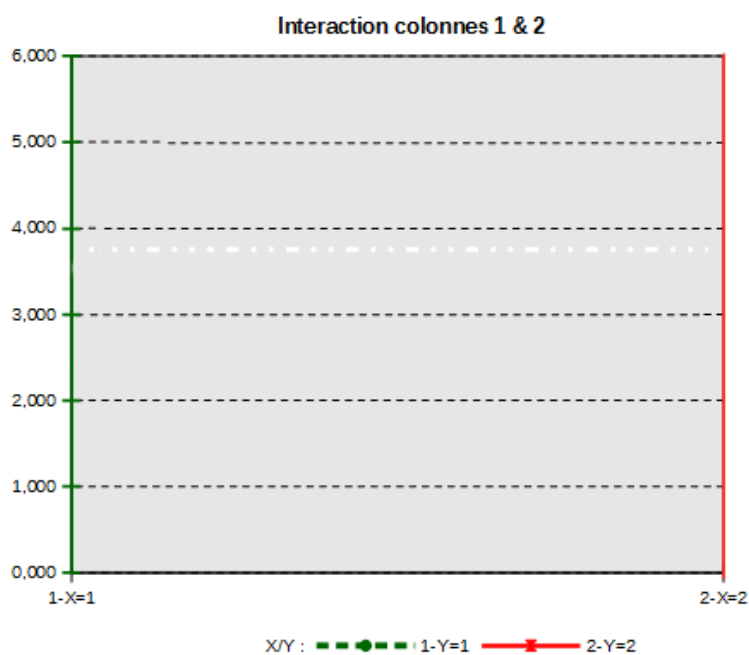
La moyenne doit être de 3,75.

Descendez dans la zone de calcul et lire la réponse pour 2, 2,2 : _____

On devrait trouver 6, est-ce le cas ? _____

Avec interaction

Déclarer l'interaction X_Y



Vérifier si cette fois-ci on trouve bien 6 !

Produit complet $R = X*Y*Z$

Sans interaction

Tout d'abord, SUPPRIMER toutes les interactions (les "o")

Ensuite, changer la formule de calcul de la réponse et mettre $=X*Y * Z$

La moyenne doit être de 3,375.

Descendez dans la zone de calcul et lire la réponse pour 2, 2,2 : _____

On devrait trouver 8, est-ce le cas ? _____

Avec interactions

Déclarer tout d'abord l'interaction X_Y ("o" à l'intersection colonne 2 "Y" et ligne 1 "X")

Descendez dans la zone de calcul et lire la réponse pour 2, 2,2 : _____

Déclarer ensuite, en plus de la précédente, l'interaction X_Z ("o" colonne 4)

Descendez dans la zone de calcul et lire la réponse pour 2, 2,2 : _____

Déclarer enfin la 3ème interaction Y_Z (deuxième "o" dans la colonne 4)

Descendez dans la zone de calcul et lire la réponse pour 2, 2,2 : _____

Si le résultat se rapproche progressivement de 8, le résultat exact "8" n'est pas atteint !

Il s'agit ici d'une particularité de calcul peu connu, c'est la colonne 7 laissée vide qui vient perturber le résultat. Comme on veut maximiser, il faut aussi saisir 2 comme valeur pour le facteur colonne 7 dans le tableau de calcul prévisionnel.

Faites-le et vérifiez si vous trouvez bien 8.

Conclusion

Voilà, nous avons démontré par un exemple simple ce que signifie l'interaction et les conséquences de son oubli.

Mathématiquement parlant une interaction est une "multiplication". Ainsi, pour les plans d'expériences, des facteurs indépendants font progresser la réponse comme une addition ($a+b+c$) alors que des facteurs en interaction font progresser la réponse comme une multiplication ($a*b*c$).

Nous avons aussi vu que si l'interaction est déclarée, prise en compte, alors le résultat est bon. L'inconvénient c'est que chaque interaction prend la place d'un facteur. Ainsi avec une L8 on peut étudier 7 facteurs indépendants et seulement 3 facteurs dépendants, en interaction.

Il convient donc de définir une stratégie quand on veut utiliser les plans d'expériences comme nous allons le voir maintenant.

D- Affinage d'un plan séquentiel

Les plans d'expériences permettent de réduire considérablement le nombre d'essais c'est un fait acquis surtout quand il n'existe pas de modèle mathématique expert pour résoudre le problème.

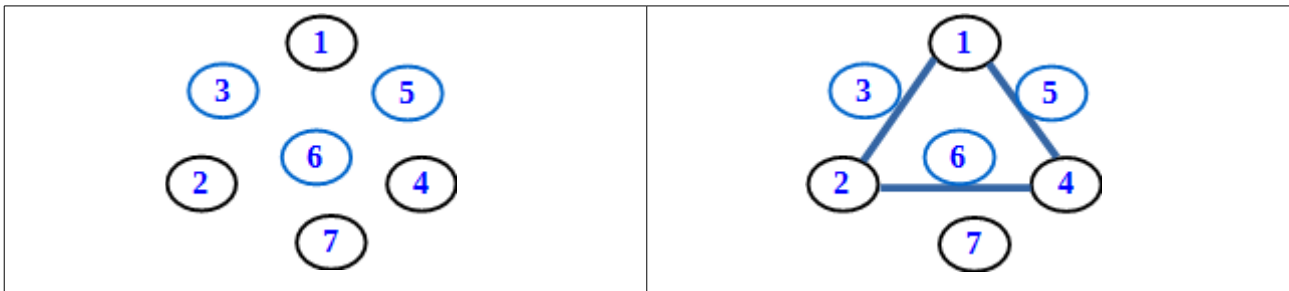
Un plan fractionnaire L_8 avec ces 8 essais remplace un plan complet de _____ essais.

En revanche la pertinence des facteurs, la valeur des niveaux et le choix des interactions reste du domaine de l'expert qui utilise cet outil. Il est donc intéressant d'avoir aussi une stratégie pour valider les choix que l'on a fait.

Il existe 2 grandes stratégies :

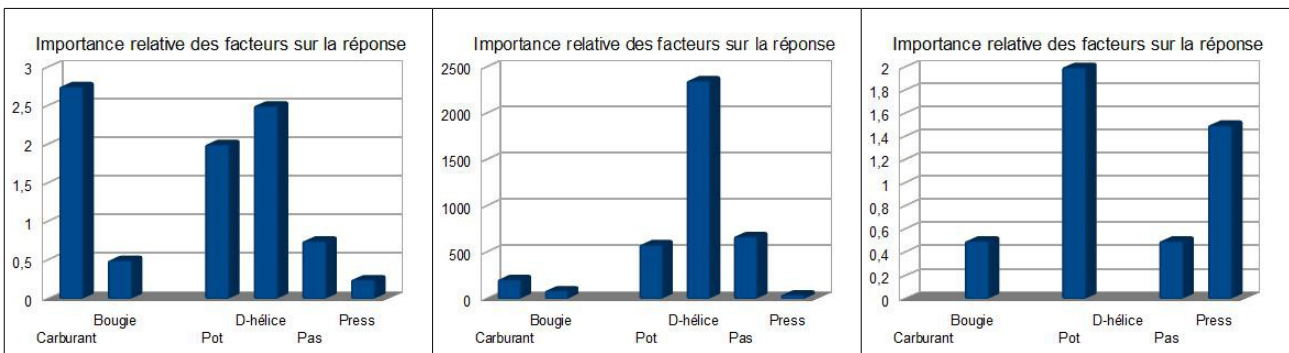
- A- une où l'on commence par valider l'importance de nombreux facteurs
- B- une où l'on commence par vérifier toutes les interactions et leur importance.

Noter sur chaque graphe le repère A ou B de la stratégie :



Exemple de l'avion de modélisme

Pour l'exemple du réglage optimal du moteur d'avion de modélisme, voici ce que l'on trouve comme importance pour les 6 facteurs pour les 3 réponses :



Y-a-t-il un facteur dont l'importance est **toujours** grande ? _____

Y-a-t-il un facteur dont l'importance est toujours négligeable? _____

Pistes de réflexion :

Sachant que, suite à une première étude, on sait que l'interaction Carburant-Bougie n'est pas pertinente (peu d'importance sur la réponse) on décide de figer la choix de la bougie sur "Chaude". De même, cette première campagne d'essai mettant en évidence que la pressurisation a peu d'importance sauf pour la reprise, on la fige celle-ci à "Oui/avec" pour

favoriser la reprise.

Nous avons donc 2 paramètres en moins à étudier. Aussi, le groupe d'expert se demande s'il n'a pas négligé certaines interactions et décide de faire une deuxième campagne d'essais "L8".

En tenant compte si possible des pistes de réflexion vu ci-dessus, proposer un nouvel essai possible si l'on ne veut que **4 facteurs** sur les 6 vus ci-dessus :

	N° de colonne	Facteur
	1	
	2	
	3	
	7	

Exemple lié à un atelier d'usinage

Nota : Dans un premier temps nous allons supposer que vous ne connaissez rien à l'usinage de pièce métallique par enlèvement de copeaux (même si c'est le cas).

Dans un atelier certaines petites fraiseuses calent et on veut résoudre ce problème. L'automate indique que la puissance de broche demandée est trop forte pour la machine, et c'est donc pour cela qu'elle cale entraînant une perte de temps et d'argent bien sûr.

En tant que "spécialiste" Taguchi, vous interrogez les techniciens d'usinage afin de connaître les paramètres sur lesquels on peut agir. Voici ce que vous dit un technicien :

- Comment faire caler la machine, quand est-ce que ça cale ?
- Pour caler la machine, ça dépend d'abord de l'épaisseur qu'on prend. Ensuite ça dépend si on avance vite ou pas, et puis bien sûr ça dépend de ce qu'on usine, de la matière, dans l'aluminium c'est pas pareil que dans l'acier.
- Y-a-t-il d'autres paramètres sur lesquels on peut agir ?
- On peut agir sur la vitesse de rotation, le diamètre de la fraise et son nombre de dents, et puis aussi on peut mettre ou pas de la lub.

Vous obtenez 7 facteurs et, toujours en discutant avec les techniciens vous validez 2 niveaux représentatifs. Avec le chef d'atelier, vous reformalisez tout ça en tenant compte des normes du métier :

Facteur	Désignation	Unité	Niv 1	Niv 2
ap	Profondeur de passe	mm	1	2
Vf	Vitesse d'avance	mm/mn	100	200
Ks	Coef. spécifique à chaque matière pour la coupe	N/mm ²	2400	1600
n	Vitesse de rotation de la broche	tr/mn	1000	2000
D	Diamètre de la fraise	mm	20	40
Z	Nombre de dents de la fraise	dents	8	4
Lub	Avec ou sans lubrifiant de coupe	on/off	1	0

Votre premier objectif est de trouver les facteurs les plus influents et vous optez donc pour une L8 sans interaction. La réponse sera le nombre de watts consommés c'est-à-dire la puissance absorbée par la coupe.

Ouvrez votre logiciel de plan d'expériences et saisissez les données ci-dessus comme vous le désirez (et sauvez sous **DOE-usinage1_nom**)

Ensuite, utilisez un simulateur et lancez l'application tableur "**Simul_Puissance_Usinage**" afin d'obtenir la réponse simulée :

SIMULATEUR DE PUISSANCE ABSORBEE PAR L'USINAGE			
Paramètres	Désignation	Valeur	Unités
n	Fréquence de rotation de la broche en tr/min	1 000	tr/min
Vf	Vitesse d'avance en mm/min	100	mm/mn
ap	Profondeur de passe en mm	1	mm
D	Diamètre de la fraise en mm	20	mm
Z	Nombre de dents de la fraise	8	dents
Ks	Coefficient spécifique de coupe du matériaux	2 400	N/mm ²
Lub	Lubrification avec fluide de coupe (0 ou 1)	1	
Puissance	Puissance absorbée en Kwh	101	W

Pour chaque essai, saisir la réponse donnée par le simulateur dans le logiciel DOE.

Pour vous vérifier, calculer la réponse maximale, vous devez obtenir **804 W**

Lire l'importance relative de chaque facteur ainsi que le graphe des importances.

Retranscrire ci-dessous, au mieux, avec un graphe à barres, l'importance de chaque facteur.



Vous commencerez par le facteur le plus important (à gauche) et vous finirez par le moins important (à droite). De plus, afin de savoir si l'influence sur la réponse se fait dans un sens ou l'autre, indiquez "+" ou "mettre plein de +" dans les barres qui correspondent aux facteurs qui augmentent la réponse quand la valeur du facteur augmente (donc petit piège pour Z, Ks et Lub).

Vous connaissez maintenant les 4 facteurs influents, vous devez trouver : Vf, D, ap et Ks.

>>> Sauvez le tableur **DOE-usinage1_nom**

Discussion sur les résultats pour les experts

On peut considérer que le problème est résolu au sens où nous avons les paramètres influents sur la puissance absorbée.

Le problème, l'énorme problème c'est que les conclusions sont fausses (les experts en usinage s'en sont sans doute rendu compte) !

Il faut donc trouver l'erreur de méthodologie....

Le problème c'est que le critère "**indépendance des facteurs**" n'est pas respecté et les conséquences sont dramatiques, on peut presque dire que "tout est faux" !

Si vous n'êtes pas un usineur au fait des théories de la coupe, l'erreur est indécélable. En effet, vous pouvez retourner à l'atelier pour ré-interroger les opérateurs, ils vous affirmeront qu'il peuvent réellement piloter le processus en agissant de façon totalement indépendante sur n et Vf par exemple et pourront même vous montrer comment on change "n" ou comment on change "Vf". La bonne foi n'a rien à voir là-dedans.

Et pourtant le plan d'expérience dit que si n augmente, P diminue ce qui est faux. De même le plan d'expérience dit que sans lubrification la puissance est moindre... ce qui est archifaux !!!

En revanche, si vous pouvez confronter vos résultats avec un technicien supérieur en usinage ou un ingénieur "milling process" ou mieux, un expert en résolution de problème de coupe, il pourra vous faire remarquer que n et Vf sont des résultats et non des données de base

Et quand vous allez découvrir qu'il existe des relations mathématiques entre ces données comme :

$$n = (1000.Vc) / (\pi . D) \quad \& \quad Vf = Z.fz.n$$

vous comprendrez immédiatement qu'il y a une très forte interaction entre n, Vf, D et Z et les facteurs indépendants sont Vc et fz et non n et Vf !!!

En conclusion :

- Refaire une expérience réelle avec les paramètres optimaux trouvés est une chose importante, mais insuffisante pour savoir s'ils sont optimaux.
- Toujours commencer par une étude avec **interaction**, sinon, les résultats peuvent être non optimaux, voire profondément biaisés !
- Bien choisir comme facteurs les paramètres fondamentaux et non les paramètres déduits.
- S'entourer d'expert voire de théoriciens pour valider les facteurs et/ou analyser les résultats.

Cette dernière étude caricaturale des pièges ne remet nullement en cause le bien-fondé et l'utilité des plans d'expériences, mais réaffirme avec force l'importance de ne pas jouer les apprentis sorciers quand on n'est pas formé.